

Analitički Hijerarhijski Proces (AHP): softversko rešenje u programskom jeziku Python

Boško Blagojević^{a*}, Jovana Bezdán^a, Atila Bezdán^a, Tijana Vulević^b,
Aleksandar Baumgertel^b, Milica Vranešević^a, Radoš Zemunac^a

^aUniverzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Departman za uređenje voda, Novi Sad, Srbija

^bUniverzitet u Beogradu, Šumarski fakultet, Odsek za ekološki inženjering u zaštiti zemljišnih i vodnih resursa Beograd, Srbija

*Autor za kontakt: bosko.blagojevic@polj.edu.rs; blagojevicb@polj.uns.ac.rs

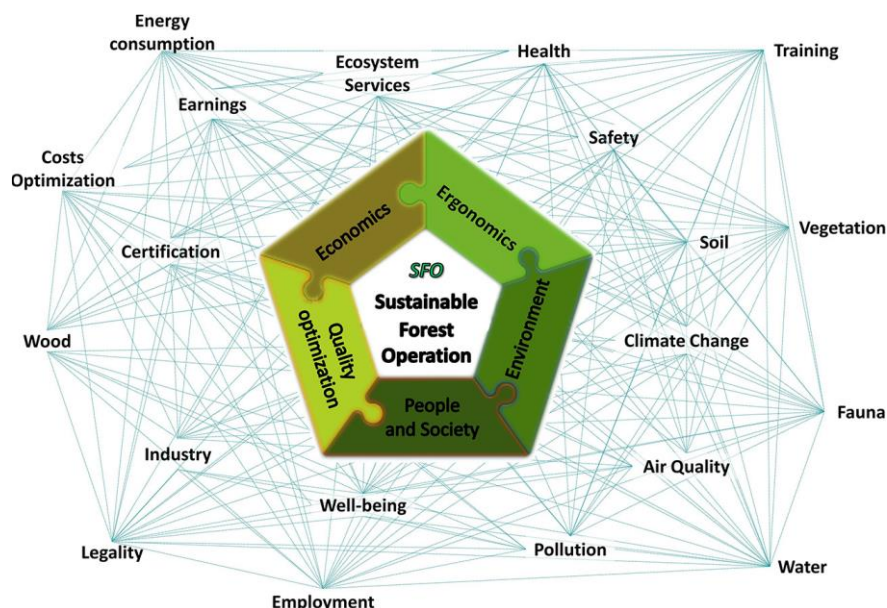
SAŽETAK

U radu je predloženo softversko rešenje Analitičkog Hijerarhijskog Proces (AHP) – jednog od najčešće korišćenih metoda višekriterijumske analize – realizovano u programskom jeziku Python. Softveru je dat naziv "PyAHP-LLS" i može se koristiti za hijerarhiju problema odlučivanja koja se sastoji od cilja, kriterijuma i alternativa. Kao metod prioritizacije, PyAHP-LLS koristi logaritamski metod najmanjih kvadrata, a konzistentnost donosioca odluke se meri geometrijskim indeksom konzistentnosti. PyAHP-LLS je primenjen na problem određivanja najpogodnijeg metoda za izračunavanje evapotranspiracije koji se koristi u okviru modifikovanog standardizovanog indeksa padavina i evapotranspiracije (SPEI) za područje Vojvodine. Predstavljeni softver ima za cilj da olakša stručnoj i naučnoj javnosti korišćenje metoda AHP kao i da zainteresuje studente za programski jezik Python i višekriterijumsku analizu. PyAHP-LLS je besplatan za korišćenje i može se preuzeti sa <https://github.com/BoskoBlagojevic/PythonAHP>.

KLJUČNE REČI: Analitički Hijerarhijski Proces (AHP), programski jezik Python, standardizovani indeks padavina i evapotranspiracije (SPEI)

Uvod

Donošenje odluka u poljoprivredi, vodoprivredi i šumarstvu podrazumeva prisustvo više – najčešće konfliktnih – kriterijuma, kao što su ekonomski, socijalni i kriterijumi zaštite životne sredine. U pitanju je složen i neizvestan proces jer donosilac odluka treba da odredi relativni značaj kriterijuma i alternativa pri čemu problem odlučivanja često nije moguće kvantifikovati, odnosno odluka se donosi na osnovu kvalitativnih podataka ili u kombinaciji sa postojećim kvantitativnim podacima (Blagojević, 2015; Blagojević et al., 2017). Ilustracije radi, na slici 1 dat je šematski prikaz kriterijuma, odnosno faktora koje treba uzeti u obzir prilikom donošenja odluka u šumarstvu (Marchi et al., 2018).



Slika 1. Šematski prikaz relevantnih faktora za odlučivanje u šumarstvu (Marchi et al., 2018)
Figure 1. Scheme of relevant factors for decision-making in forest management (Marchi et al., 2018)

Kako bi se minimizirao rizik od pogrešne odluke i olakšao proces odlučivanja razvijeni su mnogi metodi višekriterijumskog odlučivanja. Jedan od najčešće korišćenih je Analitički Hijerarhijski Proces (AHP), metod višekriterijumskog odlučivanja koji je razvio Thomas Saaty (1980) sa ciljem da smanji mentalni napor donosioca odluka u procesu odlučivanja (Tsagdis, 2008). AHP se može koristiti za individualno i grupno odlučivanje i do sada je ovaj metod korišćen u svetski poznatim kompanijama i institucijama (npr. Nuclear Regulatory Commission (NRC) u SAD, US Department of Defense, British Airways, US Congressional Committee, Xerox Corporation, Ford Motor Company, IBM, itd.) (Saaty, 2008). Popularnost AHP se zasniva na sledeće dve karakteristike:

(1) Formiranje hijerarhije problema odlučivanja

Donosilac odluke razlaže složen problem odlučivanja na više manjih i jasnije definisanih elemenata odlučivanja između kojih uspostavlja hijerarhiju i tako simplifikuje paradigmu kroz koju posmatra, analizira i vrednuje problem odlučivanja.

(2) Poređenja elemenata odlučivanja u parovima

Posle formiranja hijerarhije problema odlučivanja donosilac odluka poredi u parovima elemente na datom nivou hijerarhije u odnosu na sve (nadređene) elemente na višem nivou, kako bi se odredio njihov međusobni značaj. Poređenje u parovima primorava donosioca odluke da eksplicitno izrazi relativni značaj elemenata odlučivanja (kriterijuma, podkriterijuma i alternativa) na svim nivoima hijerarhije. Ovaj metod je prvi predložio Thurstone (1927) i on je zasnovan na psihološkim istraživanjima gde je ustanovljeno da je ljudima lakše da iskažu svoja vrednovanja (tj. preference) o nekom skupu elemenata odlučivanja njihovim međusobnim poređenjem u parovima nego direktnim tj., neposrednim vrednovanjem (Koczkodaj, 1993). U standardnom AHP elementi odlučivanja se poredi davanjem lingvističkih (semantičkih) ocena međusobnog značaja u odnosu na element na višem nivou hijerarhije pomoću osnovne skale iz tabele 1 (Saaty, 1980).

Tabela 1

Satijeva skala relativnog značaja (Saaty, 1980)

Table 1

Saaty's importance scale (Saaty, 1980)

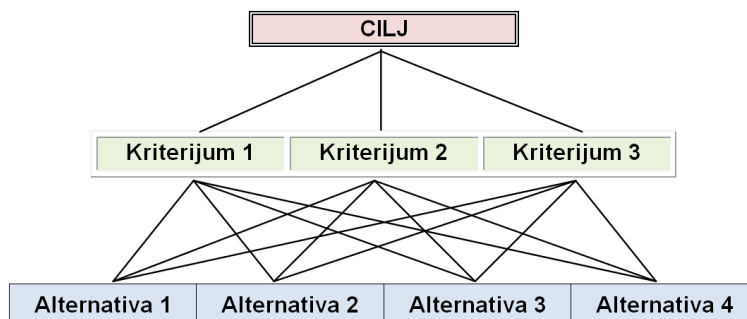
Definicija	Brojčana vrednost
Isti značaj	1
Slaba dominantnost	3
Jaka dominantnost	5
Vrlo jaka dominantnost	7
Apsolutna dominantnost	9
Međuvrednosti	(2, 4, 6, 8)

Sa druge strane najveći teorijski nedostatak AHP je problem narušavanja ranije uspostavljenih rangova do koga može doći kada se nova alternativa doda već postojećim (Belton i Gear, 1983; Dyer, 1990). Pored ovoga, praktičnost primene metoda AHP umanjuje to što je kod većine problema odlučivanja potreban veliki broj poređenja u parovima što donosiocu odluke oduzima puno vremena.

Postoji više komercijalnih softvera za donošenje odluka koji koriste (ili se baziraju na) AHP, a najpoznatiji je *Expert Choice*. S obzirom na popularnost AHP cilj rada je da predloži besplatno softversko rešenje ovog metoda višekriterijumskog odlučivanja u programskom jeziku Python, kao i da ga primeni na problem određivanja najpogodnijeg metoda za izračunavanje evapotranspiracije u okviru modifikovanog standardizovanog indeksa padavina i evapotranspiracije (SPEI) za područje Vojvodine. Takođe, cilj ovog istraživanja je da razvijeni softver olakša stručnoj i naučnoj javnosti korišćenje metoda AHP kao i da zainteresuje studente za programski jezik Python i višekriterijumsku analizu.

Matematički model AHP

U standardnom problemu odlučivanja pomoću metoda AHP hijerarhija ima tri nivoa, pri čemu se na vrhu hijerarhije nalazi cilj, sledeći nivo sadrži kriterijume dok se na dnu nalaze alternative (slika 2). Treba napomenuti da postoje i slučajevi kada hijerarhija ima četiri i više nivoa, i tada se između kriterijuma i alternativa nalazi i jedan ili više nivoa podkriterijuma.



Slika 2. Hijerarhija problema odlučivanja sa 3 kriterijuma i 4 alternative
Figure 2. Hierarchy of the decision-making problem with 3 criteria and 4 alternatives

Kada donosilac odluke na datom nivou hijerarhije vrednuje n elemenata odlučivanja u odnosu na element iz višeg nivoa hijerarhije, njegove semantičke ocene (definisane tabelom 1) izražene kao brojevi se unose u kvadratnu matricu $A = [a_{ij}]$, $i, j = 1, \dots, n$. Matrica je pozitivna i recipročna (simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu), što znači da su elementi iz gornjeg recipročni elementima iz donjeg trougla, a elementi na glavnoj dijagonali jednaki su 1. Drugim rečima važi $a_{ij} = 1/a_{ji}$ i $a_{ii} = 1$. Prioritizacija predstavlja proces određivanja vektora prioriteta $w = (w_1, \dots, w_n)^T$ iz matrice A , gde je svako $w_i > 0$ i važi da je $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Vektor prioriteta izračunat na ovaj način sadrži relativnu važnost svakog kriterijuma, a svi oni u zbiru daju 1. Postoji više metoda prioritizacije a najčešće korišćeni su metod sopstvenih vrednosti (eigenvector method - EV) (Saaty, 1980), logaritamski metod najmanjih kvadrata (logarithmic least squares method - LLS) (Crawford i Williams, 1985) i aditivni metod (additive normalization method - AN) (Saaty, 1980). Odabranim metodom prioritizacije se određuju lokalne težine elemenata odlučivanja, odnosno težine kriterijuma i lokalne težine alternativa u odnosu na sve kriterijume, dok se konačne težine alternativa dobijaju aditivnom sintezom:

$$u_i = \sum_j w_j d_{ij}, \quad (1)$$

gde je u_i konačni (globalni) prioritet alternative i , w_j težina kriterijuma j , a d_{ij} lokalna težina alternative i u odnosu na kriterijum j .

S obzirom na to da je AHP zasnovan na individualnom (subjektivnom) mišljenju donosioca odluke o problemu odlučivanja uvek je bolje odluku donositi u grupnom kontekstu, jer se na taj način smanjuje opasnost od pogrešne procene, problemu se pristupa iz različitih perspektiva koje su zasnovane na različitim znanjima i iskustvima donosilaca odluka, i na kraju, donesena odluka ima veći legitimitet da bude sprovedena u delo (Blagojević, 2015; Blagojević et al., 2017). Dva najčešće korišćena metoda dobijanja grupne odluke u AHP-u su: objedinjavanje individualnih ocena (aggregation of individual judgments - AIJ) i objedinjavanje individualnih prioriteta (aggregation of individual priorities - AIP) (Ramanathan i Ganesh, 1994; Forman i Peniwati, 1998). Kod metoda AIJ, prvo se odrede elementi grupne matrice geometrijskim osrednjavanjem individualnih ocena članova grupe. Nakon određivanja grupne matrice, grupni vektor prioriteta se dobija nekim od pomenutih metoda prioritizacije. Kod drugog metoda dobijanja grupne odluke - AIP, prvo se izračunaju individualni vektori prioriteta koji se zatim objedinjuju u grupni vektor prioriteta koristeći metod aritmetičke ili geometrijske sredine (Blagojević et al., 2017).

U sofverskom rešenju u ovom radu je korišćen LLS metod prioritizacije, jer su Barzilai i Golany (1994) dokazali da se kod grupnog odlučivanja pomoću AHP – bez obzira koji metod dobijanja grupne odluke se koristi – dobija uvek jedinstven grupni vektor prioriteta kada se koristi ovaj metod prioritizacije. Sa druge strane, kod primene EV i AN metoda prioritizacije grupna odluka može da se razlikuje u

zavisnosti od toga da li je vršeno objedinjavanje individualnih ocena ili objedinjavanje individualnih prioriteta izračunatih iz ocena.

Pored metoda prioritizacije, jedna od bitnih karakteristika metoda AHP je da na svim nivoima hijerarhije uspešno identifikuje i ukazuje na nekonzistentnost vrednovanja donosioca odluke računanjem indeksa konzistentnosti, pri čemu treba napomenuti da se za različite metode prioritizacije koriste različiti indeksi konzistentnosti. Postizanje prihvatljivog nivoa konzistentnosti nije lak zadatak pogotovo ako donosilac odluka poredi broj elemenata veći od 4.

Logaritamski metod najmanjih kvadrata (logarithmic least squares - LLS)

Metod je optimizacioni jer se rešava problem:

$$\min_{(w)} \sum_{i=1}^n \sum_{1 < j}^n (\ln a_{ij} - (\ln w_i - \ln w_j))^2 \quad (2)$$

uz ograničenja:

$$w_i > 0 \quad \text{i} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

U relacijama (2)-(3) n je dimenzija matrice A , a w_i ($i = 1, \dots, n$) su nepoznate težine poređenih elemenata. Crawford i Williams (1985) su pokazali da je rešenje problema (2)-(3) jedinstveno i da se određuje računanjem geometrijskih sredina vrsta matrice A :

$$w_i = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}}{\sum_{i=1}^n \left(\sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}} \right)}. \quad (4)$$

Za merenje konzistentnosti donosioca odluke, odnosno matrice A , Crawford i Williams (1985) su predložili geometrijski indeks konzistentnosti (geometric consistency index - GCI):

$$GCI(A) = (2/(n-1)(n-2)) \sum_{i < j} (\ln a_{ij} - \ln w_i + \ln w_j)^2. \quad (5)$$

Kada je $GCI(A)=0$, matrica A je potpuno konzistentna. Prema Aguaron i Moreno-Jimenez (2003), matrica ima prihvatljivu nekonzistentnost ako je: $GCI < 0,31$ za $n=3$; $GCI < 0,35$ za $n=4$; i $GCI < 0,37$ za $n > 4$.

Programski jezik Python

Python je trenutno jedan od najpopularnijih programskih jezika na svetu (Gmys et al., 2020). Na osnovu *tiobe* indeksa popularnosti programskih jezika (<https://www.tiobe.com/tiobe-index/>), Python u 2021. godini zauzima treće mesto sa zastupljenošću od 11.72% dok su ispred njega jedino programski jezici C (17.38%) i Java (11.96%). Zahvaljujući veoma aktivnim programerima i zajednici otvorenog koda, razvijen je veliki broj korisnih biblioteka za naučna izračunavanja, pogotovo za oblast mašinskog učenja i veštačke inteligencije. S obzirom da su performanse interpretiranih jezika – u koje spada i Python – za računski intenzivne zadatke inferiorne u odnosu na programske jezike nižeg nivoa, proširene biblioteke, kao što su NumPy i SciPy, razvijene su za nadgradnju Fortran i C implementacija nižeg nivoa za brze vektorizovane operacije u višedimenzionalnim nizovima (Raschka i Mirjalili, 2020). Python je dostupan za sva tri glavna operativna sistema (Microsoft Windows, macOS i Linux), a instalacioni fajl i dokumentacija mogu da se preuzmu sa zvanične adrese (<https://www.python.org>). Softversko rešenje u ovom radu je napravljeno u najnovijoj verziji Python 3. Preporučena – i korišćena u ovom radu – Python distribucija za naučna izračunavanja je Anaconda, koja obuhvata sve važne Python pakete za istraživanje podataka, matematiku i inženjerstvo u jednu jednostavnu, međuplatformsku distribuciju

(Raschka i Mirjalili, 2020). Anaconda instalacioni program može se preuzeti sa adrese <https://www.anaconda.com/products/individual>.

Problem odlučivanja i rezultati primene predloženog softvera

Problem odlučivanja

Vicente-Serrano et al. (2010) su formulisali jedan od najpoznatijih indeksa suše: standardizovani indeks padavina i evapotranspiracije (standardized precipitation evapotranspiration index - SPEI) koji se, kako autori navode, bazira na razlici padavina i potencijalne evapotranspiracije (PET). Beguería et al. (2014) umesto termina potencijalna evapotranspiracija koriste izraz referentna evapotranspiracija i navode da SPEI, koji koristi klimatski vodni bilans, predstavlja razliku između padavina (P) i referentne evapotranspiracije (ET₀). U Bezdán (2019) i Bezdán et al. (2019) pri definisanju "Pristupa monitoringu poljoprivredne suše na području Vojvodine baziranom na Standardizovanom Indeksu Padavina i Evapotranspiracije" vršen je izbor koji će se metod koristiti za izračunavanje referentne evapotranspiracije - ET₀ (odnosno potencijalne evapotranspiracije kultura - ET_C) kako bi se SPEI modifikovao i prilagodio lokalnim uslovima. Bezdán (2019) i Bezdán et al. (2019) su koristili metod AHP za donošenje odluke o najpogodnijem metodu za izračunavanje ET₀ (odnosno ET_C) koji se dalje upotrebljava u okviru definisanog i predstavljenog pristupa.

Kao alternative (A) odabrani su sledeći metodi za izračunavanje ET₀ (odnosno ET_C): **A1**) FAO-56 PM; **A2**) Turc; **A3**) Thornthwaite; **A4**) Bioklimatski baziran na Hidrofitotermičkim indeksima i **A5**) Hargreaves, između kojih će se birati najpogodniji.

Osvrtom na relevantnu literaturu i stavove stručnjaka definisano je pet kriterijuma odlučivanja čiji je opis dat u nastavku (Bezdán, 2019; Bezdán et al., 2019).

K1) Dostupnost pouzdanih ulaznih podataka. Metodi za izračunavanje evapotranspiracije baziraju se na različitim parametrima odnosno zahtevaju različite ulazne podatke. Mnoge meteorološke stanice širom sveta raspoložu sa ograničenim meteorološkim podacima, a dešava se i da je problem njihova javna dostupnost. Često je pod znakom pitanja i kvalitet izmerenih podataka i zato je važno da oni budu pouzdani.

K2) Preporuke od strane relevantne literature. Metodi za izračunavanje evapotranspiracije su često predmet izučavanja naučne i stručne javnosti širom sveta. U literaturi se mogu pronaći brojni metodi za procenu evapotranspiracije koji se zasnivaju na različitim principima i parametrima. Brojna su i istraživanja i analize u različitim klimatskim uslovima o mogućnosti primene ovih metoda. Autori širom sveta imaju različita mišljenja i stavove po pitanju toga koji metod se preporučuje za određeno područje. Poznavanje relevantne literature koja se odnosi na određeno konkretno područje može u velikoj meri da doprinese pravilnom izboru najpogodnijeg metoda za izračunavanje evapotranspiracije.

K3) Jednostavnost metoda. Širok dijapazon metoda za izračunavanje evapotranspiracije varira od empirijskih do kombinovanih metoda. Pored metoda koji su jednostavni za izračunavanje, postoje i brojni čija procedura podrazumeva kompleksne proračune. Često se daje prednost metodima koji omogućavaju jednostavan i brzi proračun iz razloga što kompleksnost metoda ne garantuje i kvalitet rezultata.

K4) Uobičajena praksa u lokalnim specifičnim uslovima. Brojni autori sugerišu da je preporučljivo dobijene rezultate različitih metoda porediti sa rezultatima izračunatim nekim od sofisticiranih metoda na istraživanom području, kao što su lizimetri. Iz razloga što su ovakva istraživanja zahtevna i skupa, ova vrsta podataka često nije dostupna na brojnim lokacijama. Pretpostavka je da je dugogodišnja primena metoda za izračunavanje evapotranspiracije i iskustvo stručnjaka u praktičnim uslovima dovelo do izbora najpogodnijih metoda za lokalne agroklimatske uslove određenog područja.

K5) Relevantnost ulaznih parametara metoda za lokalne klimatske uslove. Evapotranspiracija zavisi od brojnih klimatskih parametara. Međutim, u zavisnosti od posmatrane lokacije, pojedini parametri mogu imati dominantniji uticaj od drugih i zato je potrebno poznavati klimatske uslove područja od interesa kako bi se odabrao adekvatan metod za izračunavanje evapotranspiracije. Metod koji će dovesti do najpreciznije procene mora sadržati najznačajnije klimatske parametre određenog područja koji utiču na intenzitet evapotranspiracije.

U vrednovanju problema odlučivanja po metodu AHP je učestvovalo devet eksperata (donosilaca odluke) sa Poljoprivrednog fakulteta u Novom Sadu, Instituta za ratarstvo i povrtarstvo, Javnog vodoprivrednog preduzeća, kao i eksperti u projektovanju i upravljanju sistemima za navodnjavanje zaposleni u vodećim poljoprivrednim kompanijama na ovim prostorima. Oni su poredili kriterijume u odnosu na cilj problema odlučivanja (odabrati najpogodniji metod za izračunavanje ET₀, odnosno ET_C koji će se koristiti u okviru SPEI indeksa), a zatim su poredili alternative u odnosu na svaki kriterijum

posebno i njihove ocene su smeštene u AHP matrice odlučivanja. Detaljni rezultati su dati u Bezdan (2019) dok su ovde date matrice vrednovanja samo jednog eksperta (tabela 2). Ove matrice su korišćene kao ulazni podaci za predloženi softver.

Tabela 2

Matrice vrednovanja jednog eksperta (Bezdan, 2019)

Table 2

Decision matrix of one expert (Bezdan, 2019)

Poređenja kriterijuma						Poređenje alternativa u odnosu na K1					
	K1	K2	K3	K4	K5		A1	A2	A3	A4	A5
K1	1	4	8	6	3	A1	1	1/3	1/8	1/9	1/5
K2	1/4	1	2	2	1/2	A2	3	1	1/6	1/8	1/4
K3	1/8	1/2	1	1/3	1/6	A3	8	6	1	1/2	4
K4	1/6	1/2	3	1	1/3	A4	9	8	2	1	4
K5	1/3	2	6	3	1	A5	5	4	1/4	1/4	1
Poređenje alternativa u odnosu na K2						Poređenje alternativa u odnosu na K3					
	A1	A2	A3	A4	A5		A1	A2	A3	A4	A5
A1	1	4	1/5	1/5	1/4	A1	1	1/4	1/7	1/9	1/4
A2	1/4	1	1/8	1/8	1/6	A2	4	1	1/5	1/7	1/2
A3	5	8	1	1	3	A3	7	5	1	1/3	4
A4	5	8	1	1	3	A4	9	7	3	1	5
A5	4	6	1/3	1/3	1	A5	4	2	1/4	1/5	1
Poređenje alternativa u odnosu na K4						Poređenje alternativa u odnosu na K5					
	A1	A2	A3	A4	A5		A1	A2	A3	A4	A5
A1	1	4	1/7	1/8	1/6	A1	1	2	4	4	3
A2	1/4	1	1/8	1/9	1/6	A2	1/2	1	2	2	2
A3	7	8	1	1/2	3	A3	1/4	1/2	1	1	1/2
A4	8	9	2	1	4	A4	1/4	1/2	1	1	1/2
A5	6	6	1/3	1/4	1	A5	1/3	1/2	2	2	1

Na slikama 3-6 se nalazi softversko rešenje Analitičkog Hijerarhijskog Procesu (AHP) u programskom jeziku Python. Softveru je dat naziv "PyAHP-LLS" i može se koristiti za:

- (1) individualno odlučivanje pomoću AHP;
- (2) probleme u kojima AHP ima tri nivoa (cilj, kriterijume i alternative);
- (3) za dobijanje vektora prioriteta kada se kao prioritizacioni metod koristi logaritamski
- (4) metod najmanjih kvadrata; i
- (5) za računanje pripadajuće konzistentnosti svih matrica vrednovanja donosioca odluke. U PyAHP-LLS konzistentnost donosioca odluke se meri geometrijskim indeksom konzistentnosti (detaljan opis je dat u drugom poglavlju ovog rada).

Na slici 3 je data funkcija (*print_output*) za štampanje ulaznih podataka. Funkcija odgovara primeru iz ovog rada koji ima 5 kriterijuma. Međutim, funkcija *print_output* se može modifikovati da štampanje ulaznih podataka odgovara i drugom broju kriterijuma, ali se smatra da za time nema praktične potrebe. Takođe, ova funkcija može da se isključi (ili ne poziva) u glavnoj funkciji.

Na slici 4 je data funkcija (*geometod*) koja računa vektor prioriteta za datu matricu poređenja elemenata odlučivanja (kriterijuma ili alternativa) koristeći LLS metod prioritizacije dok je na slici 5 data funkcija (*konzistentnost*) koja računa indeks konzistentnosti date matrice.

Na slici 6 data je glavna (*main*) funkcija koja se sastoji od unosa ulaznih podataka, pozivanja prethodno definisanih funkcija (*print_output*, *geometod* i *konzistentnost*) i računanja finalnih težina alternativa. Korisnik PyAHP-LLS treba da unese broj kriterijuma (*nk*), broj alternativa (*na*), matricu poređenja kriterijuma (*MK*) u odnosu na cilj kao i matrice poređenja alternativa u odnosu na sve kriterijume (*MAK1*, ..., *MAK_{nk}*). Prema tome, ukupan broj matrica poređenja koje unosi korisnik softvera iznosi $1+nk$. Preporuka je da se funkcija za štampanje ulaznih podataka (*print_output*) isključi u glavnoj funkciji tako što se na početku linije 85 stavi znak "#".

```

1 # Opis: Analitički hijerarhijski proces: Logaritamski metod najmanjih kvadrata
2 # Autori metoda: Satty (1980), Crawford i Williams (1985), Aguaron i Moreno-Jimenez (2003), Papathanasiou i Ploskas (2018)
3 # Autor softverskog rešenja: dr Boško Blagojević, vanredni profesor
4
5 import numpy as np
6 from numpy import *
7 from numpy import log as ln
8
9
10 # Štampanje ulaznih podataka
11 def print_output(nk,na,MK,MAK1,MAK2,MAK3,MAK4,MAK5):
12     print ('Broj kriterijuma je {x} a broj alternativa je {y}.\n'.format(x=nk, y=na))
13     print ('Matrica poređenja kriterijuma je data ispod: \n')
14     print(MK.round(3), '\n')
15     print('+++++')
16     print ('Matrice poređenja alternativa u odnosu na kriterijume su date ispod: \n')
17     print(MAK1.round(3), '\n')
18     print('-----')
19     print(MAK2.round(3), '\n')
20     print('-----')
21     print(MAK3.round(3), '\n')
22     print('-----')
23     print(MAK4.round(3), '\n')
24     print('-----')
25     print(MAK5.round(3), '\n')
26     print('-----')
27

```

Slika 3. PyAHP-LLS: Funkcija (*print_output*) za štampanje ulaznih podataka
Figure 3. PyAHP-LLS: Function for printing input data

```

28 # Logaritamski metod najmanjih kvadrata (geometod)
29 def geometod(x):
30     # x je matrica poređenja kriterijuma ili alternativa; nka-je broj kriterijuma ili alternativa
31     nka=x.shape[1]
32     z = [1] * nka
33     w = [1] * nka
34     for i in range(nka):
35         for j in range(nka):
36             z[i] = z[i] * x[i][j]
37             z[j] = pow(z[j], (1 / nka))
38     for i in range(nka):
39         w[i]= (z[i] / sum(z)).round(3)
40     return w
41

```

Slika 4. PyAHP-LLS: Funkcija (*geometod*) za računanje vektora prioriteta
Figure 4. PyAHP-LLS: Function for computing priority vector

```

42 # Računanje konzistentnosti matrice poređenja kriterijuma (konzistentnost)
43 def konzistentnost(x):
44     # x je matrica poređenja kriterijuma ili alternativa; nka-je broj kriterijuma ili alternativa
45     nka=x.shape[1]
46     tezine=geometod(x)
47     kgcisum=0
48     for i in range(nka-1):
49         for j in range (i+1,nka):
50             p= ln(x[i][j])-ln(tezine[i])+ln(tezine[j])
51             y=p**2
52             kgcisum=kgcisum+y
53     kgci=(kgcisum*2/((nka-1)*(nka-2))).round(3)
54     if nka<=3 and kgci>=0.31:
55         print ('Matrica poređenja nije konzistentna. Preporuka je da je ispravite!')
56         print ('Indeks konzistentnosti (GCI) iznosi {x} a preporuka je da bude manji od 0.31.'.format(x=kgci))
57     elif nka==4 and kgci>=0.35:
58         print ('Matrica poređenja nije konzistentna. Preporuka je da je ispravite!')
59         print ('Indeks konzistentnosti (GCI) iznosi {x} a preporuka je da bude manji od 0.35.'.format(x=kgci))
60     elif nka>4 and kgci>=0.37:
61         print ('Matrica poređenja nije konzistentna. Preporuka je da je ispravite!')
62         print ('Indeks konzistentnosti (GCI) iznosi {x} a preporuka je da bude manji od 0.37.'.format(x=kgci))
63     else:
64         print ('Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi {x}.'.format(x=kgci))
65     print (' ')

```

Slika 5. PyAHP-LLS: Funkcija (*konzistentnost*) za računanje konzistentnosti
Figure 5. PyAHP-LLS: Function for computing consistency

U *main* funkciji se pozivanjem funkcije *geometod* računaju težine kriterijuma i lokalne težine alternativa u odnosu na svaki kriterijum, dok se pozivanjem funkcije *konzistentnost* računaju konzistentnost vrednovanja kriterijuma kao i konzistentnosti vrednovanja alternativa u odnosu na kriterijume. Treba napomenuti da će PyAHP-LLS izvršiti sintezu rezultata do kraja, odnosno odrediti finalne težine alternativa bez obzira na nivo konzistentnosti ulaznih matrica. Međutim, isto tako PyAHP-LLS daje informaciju donosiocu odluke koja matrica nije bila dovoljno konzistentna, daje vrednost

indeksa konzistentnosti kao i informaciju koliko treba da iznosi dozvoljeni indeks konzistentnosti za dati rang matrice.

PyAHP-LLS se koristi za individualno odlučivanje pomoću AHP. U slučaju grupne primene, procedura je sledeća: odrede se finalne težine alternativa pojedinačno za svakog donosioca odluke pomoću PyAHP-LLS, a onda se grupna odluka dobija kao aritmetička sredina individualnih ili kao otežana aritmetička sredina individualnih odluka u slučaju da donosioci odluka imaju različite težine.

```

67 # main
68 def main():
69 # UNOS ULAZNIH PODATAKA:
70 # Unos broja kriterijuma (nk) i broja alternativa (na)
71 nk=5
72 na=5
73 # Unos matrice kriterijuma
74 MK= array([[1,4,8,6,3],[1/4,1,2,2,1/2], [1/8,1/2,1,1/3,1/6], [1/6,1/2,3,1,1/3],[1/3,2,6,3,1]])
75 # Unos matrica poređenja alternativa u odnosu na kriterijume (MAK)
76 MAK1= array([[1,1/3,1/8,1/9,1/5],[3,1,1/6,1/8,1/4],[8,6,1,1/2,4],[9,8,2,1,4],[5,4,1/4,1/4,1]])
77 MAK2= array([[1,4,1/5,1/5,1/4],[1/4,1,1/8,1/8,1/6],[5,8,1,1,3],[5,8,1,1,3],[4,6,1/3,1/3,1]])
78 MAK3= array([[1,1/4,1/7,1/9,1/4],[4,1,1/5,1/7,1/2],[7,5,1,1/3,4],[9,7,3,1,5],[4,2,1/4,1/5,1]])
79 MAK4= array([[1,4,1/7,1/8,1/6],[1/4,1,1/8,1/9,1/6],[7,8,1,1/2,3],[8,9,2,1,4],[6,6,1/3,1/4,1]])
80 MAK5= array([[1,2,4,4,3],[1/2,1,2,2,2],[1/4,1/2,1,1,1/2],[1/4,1/2,1,1,1/2],[1/3,1/2,2,2,1]])
81 MAspojene = vstack((MAK1, MAK2, MAK3, MAK4, MAK5))
82
83 # ŠTAMPANJE ULAZNIH PODATAKA:
84 # štampanje ispod se može isključiti stavljanjem '#' ispred 'print'
85 print_output(nk,na,MK,MAK1,MAK2,MAK3,MAK4,MAK5)
86
87 # ODREĐIVANJE TEŽINA KRITERIJUMA, ALTERNATIVA I PRIPADAJUĆIH KONZISTENTNOSTI:
88 # računanje težina kriterijuma i pripadajuće konzistentnosti
89 tezine_krit=geometod(MK)
90 print ('Težine kriterijuma su:', tezine_krit)
91 print ('-----')
92 konzistentnost_krit= konzistentnost(MK)
93
94 # Računanje težina alternativa u odnosu na svaki kriterijum i pripadajuće konzistentnosti
95 tezine_alt_fin=0
96 for i in range(nk):
97 Nova=MAspojene[i*na:i*na+na,0:na]
98 tezine_alt=geometod(Nova)
99 print ('Težine alternativa u odnosu na kriterijum {x} su:'.format(x=i+1))
100 print (tezine_alt)
101 print ('-----')
102 print ('Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum {x}:'.format(x=i+1))
103 konzistentnost_alt=konzistentnost(Nova)
104
105 # Računanje konačnih težina alternativa u odnosu na sve kriterijume
106 w_local=tezine_krit[i]*np.asarray(tezine_alt)
107 tezine_alt_fin=(tezine_alt_fin+w_local).round(3)
108 print ('*****')
109 print ('KONAČNE TEŽINE ALTERNATIVA SU:', tezine_alt_fin)
110 print ('*****')
111
112 if __name__ == "__main__":
113 main()

```

Slika 6. PyAHP-LLS: Glavna (main) funkcija sa unosom ulazih podataka
Figure 6. PyAHP-LLS: Main function with input data

Na slici 7 su date ulazne matrice iz table 2 (Bezdan, 2019), dok su na slici 8 predstavljeni rezultati softvera PyAHP-LLS. Rezultati pokazuju da analizirani ekspert smatra da je za donošenje odluke o najpogodnijem metodu za izračunavanje ET_0 (odnosno ET_c) koji će biti korišćen u okviru SPEI na području Vojvodine najbitniji kriterijum K1) *Dostupnost pouzdanih ulaznih podataka*. Njemu je dodeljena težina 0.509. Ostalim kriterijumima su dodeljene sledeće težine: K2) *Preporuke od strane relevantne literature* (0.124), K3) *Jednostavnost metoda* (0.046) K4) *Uobičajena praksa u lokalnim specifičnim uslovima* (0.087) i K5) *Relevantnost ulaznih parametara metoda za lokalne klimatske uslove* (0.234). Što se tiče finalnih rezultata, najbolje rangirana alternativa je A4) *Bioklimatski baziran na Hidrofitotermičkim indeksima*, sa težinom 0.363, odnosno, analizirani ekspert smatra da je ovaj metod najbolje koristiti za izračunavanje ET_0 (odnosno ET_c) u okviru SPEI na području Vojvodine.

Pored ovoga PyAHP-LLS računa konzistentnost na svim nivoima hijerarhije i u ovom slučaju analizirani ekspert je svih 6 matrica vrednovao na konzistentan način, jer se geometrijski indeks konzistentnosti (GC) kretao u opsegu od 0.046 do 0.321 (slika 8). Prema Aguaron i Moreno-Jimenez (2003), matrica ranga većeg od 4 je konzistentna ako je $GC < 0,37$.


```

Broj kriterijuma je 5 a broj alternativa je 5.

Matrica poređenja kriterijuma je data ispod:

[[1.  4.  8.  6.  3.  ]
 [0.25 1.  2.  2.  0.5  ]
 [0.125 0.5 1.  0.333 0.167]
 [0.167 0.5 3.  1.  0.333]
 [0.333 2.  6.  3.  1.  ]]

+++++
Matrice poređenja alternativa u odnosu na kriterijume su date ispod:

[[1.  0.333 0.125 0.111 0.2  ]
 [3.  1.  0.167 0.125 0.25  ]
 [8.  6.  1.  0.5  4.  ]
 [9.  8.  2.  1.  4.  ]
 [5.  4.  0.25 0.25  1.  ]]

-----

[[1.  4.  0.2  0.2  0.25  ]
 [0.25 1.  0.125 0.125 0.167]
 [5.  8.  1.  1.  3.  ]
 [5.  8.  1.  1.  3.  ]
 [4.  6.  0.333 0.333 1.  ]]

-----

[[1.  0.25 0.143 0.111 0.25  ]
 [4.  1.  0.2  0.143 0.5  ]
 [7.  5.  1.  0.333 4.  ]
 [9.  7.  3.  1.  5.  ]
 [4.  2.  0.25 0.2  1.  ]]

-----

[[1.  4.  0.143 0.125 0.167]
 [0.25 1.  0.125 0.111 0.167]
 [7.  8.  1.  0.5  3.  ]
 [8.  9.  2.  1.  4.  ]
 [6.  6.  0.333 0.25  1.  ]]

-----

[[1.  2.  4.  4.  3.  ]
 [0.5  1.  2.  2.  2.  ]
 [0.25 0.5 1.  1.  0.5  ]
 [0.25 0.5 1.  1.  0.5  ]
 [0.333 0.5 2.  2.  1.  ]]
    
```

Slika 7. PyAHP-LLS: Štampanje ulaznih podataka iz rada Bezdan (2019)
 Figure 7. PyAHP-LLS: Printed input data from Bezdan (2019)

```

-----
Težine kriterijuma su: [0.509, 0.124, 0.046, 0.087, 0.234]
-----
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.112
-----
Težine alternativa u odnosu na kriterijum 1 su:
[0.032, 0.056, 0.32, 0.458, 0.134]
-----
Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum 1:
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.209
-----
Težine alternativa u odnosu na kriterijum 2 su:
[0.073, 0.032, 0.363, 0.363, 0.169]
-----
Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum 2:
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.183
-----
Težine alternativa u odnosu na kriterijum 3 su:
[0.032, 0.073, 0.279, 0.509, 0.108]
-----
Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum 3:
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.22
-----
Težine alternativa u odnosu na kriterijum 4 su:
[0.052, 0.029, 0.308, 0.453, 0.158]
-----
Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum 4:
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.321
-----
Težine alternativa u odnosu na kriterijum 5 su:
[0.424, 0.224, 0.098, 0.098, 0.157]
-----
Konzistentnost poređenja alternativa u odnosu na kriterijum 5:
Matrica je konzistentna i indeks konzistentnosti (GCI) iznosi 0.046
-----
*****
KONAČNE TEŽINE ALTERNATIVA SU: [0.13 0.091 0.271 0.363 0.145]
*****
    
```

Slika 8. PyAHP-LLS: rezultati softvera
 Figure 8. PyAHP-LLS: output (results) of software

Zaključci

U radu je predloženo softversko rešenje Analitičkog Hijerarhijskog Procesa (AHP) u programskom jeziku Python. Softveru je dat naziv "PyAHP-LLS" i može se koristiti za hijerarhiju problema odlučivanja koja se sastoji od cilja, kriterijuma i alternativa. Kao metod prioritizacije PyAHP-LLS koristi logaritamski metod najmanjih kvadrata, a konzistentnost donosioca odluke se meri geometrijskim indeksom konzistentnosti. PyAHP-LLS je primenjen na problem određivanja najpogodnijeg metoda za izračunavanje ET_0 (odnosno ET_c) koji će biti korišćen u okviru modifikovanja SPEI indeksa za područje Vojvodine. Rezultati pokazuju da analizirani ekspert smatra da je za dati problem odlučivanja najvažniji kriterijum *Dostupnost pouzdanih ulaznih podataka* sa težinom 0.509, dok je *Bioklimatski metod baziran na Hidrofitotermičkim indeksima* bio najbolje rangirani metod za računanje evapotranspiracije sa težinom 0.363.

Predstavljeni softver ima za cilj da olakša stručnoj i naučnoj javnosti korišćenje metoda AHP kao i da zainteresuje studente za programski jezik Python i višekriterijumsku analizu. PyAHP-LLS je besplatan za korišćenje i zainteresovani studenti i istraživači ga mogu preuzeti sa <https://github.com/BoskoBlagojevic/PythonAHP>. Nastavak istraživanja će predstavljati uvođenje novih metoda prioritizacije i pravljenje web aplikacije radi lakšeg korišćenja.

Zahvalnica

Sredstva za realizaciju ovih istraživanja obezbeđena su projektom *Soil Erosion and Torrential Flood Prevention: Curriculum Development at the Universities of Western Balkan Countries* (SETOF) (2018-2021), Erasmus+ Capacity Building in Higher Education; i od strane Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (ugovor 451-03-68/2020-14/ 200117). Takođe, deo rezultata je dobijen istraživanjem na projektu Interreg - IPA CBC Hungary-Serbia (HUSRB/1602/11/0057): WATERatRISK - Improvement of drought and excess water monitoring for supporting water management and mitigation of risks related to extreme weather conditions, sufinansiran od strane Evropske unije.

Literatura

- Aguarón, J., Moreno-Jiménez, J.M. 2003. The geometric consistency index: Approximated thresholds. *European Journal of Operational Research* 147: 137–145.
- Barzilai, J., Golany, B. 1994. AHP rank reversal normalization and aggregation rules. *INFOR* 32: 57–64.
- Beguiría, S., Vicente-Serrano, S.M., Reig, F., Latorre, B. 2014. Standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) revisited: parameter fitting, evapotranspiration models, tools, datasets and drought monitoring. *International Journal of Climatology* 34: 3001–3023.
- Belton, V., Gear, T. 1983. On a short-coming of Saaty's method of analytic hierarchies. *Omega* 11: 228–230.
- Bezdan, J. 2019. Pristup monitoringu poljoprivredne suše na području Vojvodine baziran na standardizovanom indeksu padavina i evapotranspiracije. Doktorska disertacija, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad.
- Bezdan, J., Bezdan, A., Blagojević, B., Mesaroš, M., Pejić, B., Vranešević, M., Pavić, D., Nikolić-Đorić, E. 2019. SPEI-based approach to agricultural drought monitoring in Vojvodina region. *Water* 11: 1481.
- Blagojević, B. 2015. Minimizacija odstupanja grupe od individualnih odluka primenom inteligentnih stohastičkih algoritama u problemima vodoprivrede i poljoprivrede. Doktorska disertacija, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad.
- Blagojević, B., Srđević, B., Srđević, Z. and Zoranović, T. 2017. Grupno odlučivanje pomoću Analitičkog hijerarhijskog procesa. *Letopis naučnih radova poljoprivrednog fakulteta* 41: 30–39.
- Crawford, G., Williams, C. 1985. A note on the analysis of subjective judgement matrices. *Journal of Mathematical Psychology* 29: 387–405.
- Dyer, J.S. 1990. Remarks on the analytic hierarchy process. *Management science* 36: 249–258.
- Gmys, J., Carneiro, T., Melab, N., Talbi, E.G., Tuytens, D. 2020. A comparative study of high-productivity high-performance programming languages for parallel metaheuristics. *Swarm and Evolutionary Computation* 57: 100720.
- Koczkodaj, W.W. 1993. A new definition of consistency of pairwise comparisons. *Mathematical and computer modelling* 18: 79–84.
- Marchi, E., Chung, W., Visser, R., Abbas, D., Nordfjell, T., Mederski, P.S., McEwan, A., Brink, M., Laschi, A. 2018. Sustainable Forest Operations (SFO): A new paradigm in a changing world and climate. *Science of the Total Environment* 634: 1385–1397.
- Raschka, S., Mirjalili, V. 2020. Python mašinsko učenje. Kompiuter biblioteka, Beograd.
- Saaty T.L. 1980. The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York.
- Saaty, T.L. 2008. Decision making with the analytic hierarchy process. *International journal of services sciences* 1: 83–98.
- Thurstone, L.L. 1927. A law of comparative judgements. *Psychological Review* 34: 273–286.

- Tsagdis, A. 2008. The use of the Analytical Hierarchy Process as a source selection methodology and its potential application within the Hellenic Air Force. Naval Postgraduate School Monterey CA.
- Vicente-Serrano, S.M., Beguería, S., López-Moreno, J.I. 2010. A multiscalar drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of climate* 23: 1696–1718.
<https://www.tiobe.com/tiobe-index/>. Pristupljeno 26. Januara 2021.
- <https://www.anaconda.com/products/individual>. Pristupljeno 26. Januara 2021.

Analytic Hierarchy Process (AHP): a software solution in the Python programming language

Boško Blagojević^{a*}, Jovana Bezdan^a, Atila Bezdan^a, Tijana Vulević^b, Aleksandar Baumgertel^b, Milica Vranešević^a, Radoš Zemunac^a

^a University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management, Novi Sad, Serbia

^b University of Belgrade, Faculty of Forestry, Belgrade, Serbia

*Corresponding author: bosko.blagojevic@polj.edu.rs

ABSTRACT

This paper presents a software solution for Analytic Hierarchy Process (AHP) – one of the most popular multi-criteria decision analysis (MCDA) methods – in the Python programming language. The presented software is named “PyAHP-LLS” and can be used for hierarchy of standard decision-making problem which contains goal, criteria and alternatives. PyAHP-LLS uses logarithmic least squares (LLS) prioritization method to compute priority vectors and geometric consistency index (GCI) to determine consistency of the decision maker. PyAHP-LLS is used for the decision-making problem related to selection of suitable method for calculating evapotranspiration within the standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) modified for the Vojvodina region. Goal of PyAHP-LLS is to make usage of AHP easier for professionals and researchers and to increase interest of students in the Python programming language and MCDA. PyAHP-LLS is free of charge and can be downloaded from <https://github.com/BoskoBlagojevic/PythonAHP>.

KEY WORDS: Analytic Hierarchy Process (AHP), Python programming language, standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI)

PRIMLJEN: 24.02.2021.

PRIHVAĆEN: 25.06.2021.